第六章　相對論

6.1 狹義相對論 (Special Relativity) 的假設

- 狹義相對論建基於兩個假設：「相對性原理」和「真空中光速不變」。
- 相對性原理 (Principle of relativity)

  對靜止或以勻速運動 (沒有加速或減速) 的觀測者來說，物理定律的形式不變，因此，除非觀測者與其他物體作比較，否則他們永不會發覺自己正以勻速運動。

  – 示例一：在一艘以每小時 1000 km 飛行的噴射機內倒咖啡時，會發現咖啡如常傾下。事實上，在勻速運動的飛機內做任何實驗，實驗結果都會和在地面上做的一樣

  – 示例二：當太空船 A 勻速越過太空船 B 時 (圖 6-1)，在太空船 A 內的人感覺自己是靜止的，而認為太空船 B 正在運動；但是，太空船 B 內的人也感覺自己是靜止的，而認為太空船 A 才是在運動。沒有人能夠作任何實驗去決定哪艘太空船正在運動

圖 6-1 勻速運動是相對的。我們不能決定哪一艘太空船正在運動，哪一艘是靜止。

- 因此，勻速運動是相對的，我們只能說物體正在相對地運動，所謂絕對運動並沒有意義。
- 這正是伽利略及牛頓首先提出的慣性定律。
- 真空中光速不變 (Constancy of the speed of light in vacuum)

  對所有觀測者來說，不管他們是靜止或是以勻速運動，光速皆恆常不變。
- 由愛因斯坦提出，亦已得實驗證實。
- 這與我們的直覺抵觸 (圖 6-2, 3)，但在實驗的引證下，我們不得不接受。

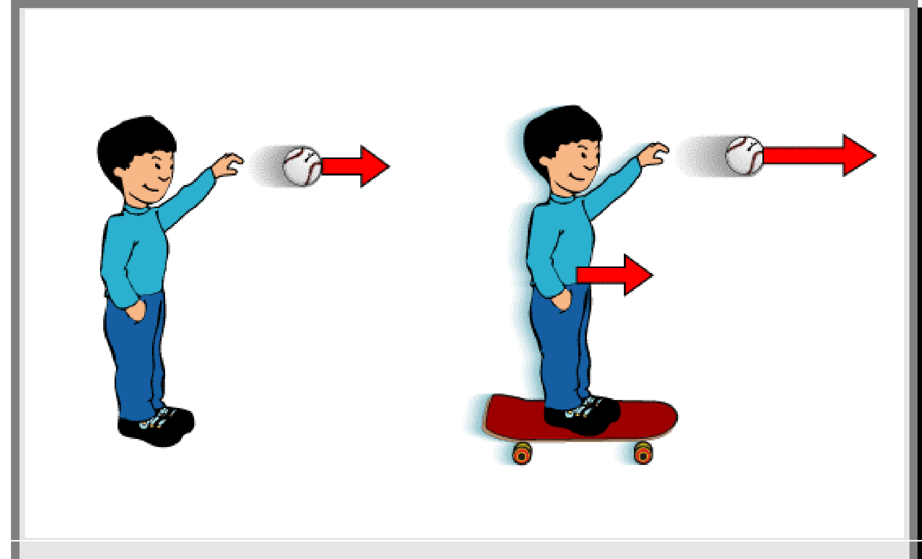


圖 6-2 (左) 一個小孩站在地上，拋出小球。(右) 如果他站在高速運動的滑板上，以同樣的力拋出小球，小球的速度便會高一些。但這種速度相加的定律對光來說並不成立，即使你在一艘正在以接近光速運動的太空船中射出一束光，光的速度也不會改變。

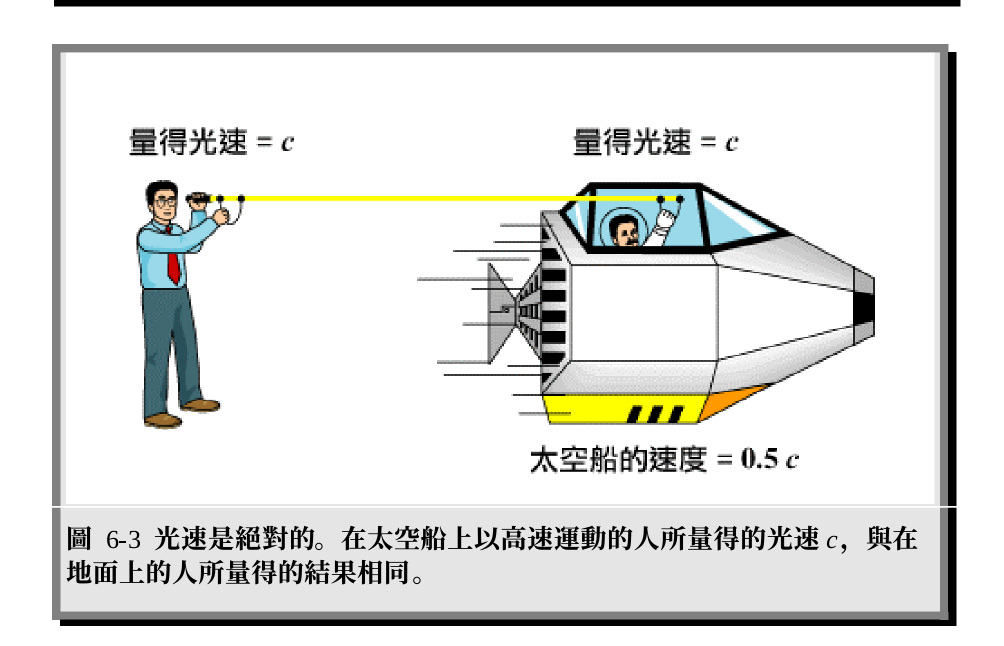


圖 6-3 光速是絕對的。在太空船上以高速運動的人所量得的光速 c，與在地面上的人所量得的結果相同。

6.2 狹義相對論的結果

- 從「相對性原理」和「真空中光速不變」，可以推導出狹義相對論的所有結果。
- 時間是相對的
  - 時間延滯 (Time dilation)：以高速運動的鐘運行得較慢
  - 同時之相對性 (Relativity of simultaneity)：一個觀測者看見兩事件同時發生，其他觀測者卻不同意
- 空間是相對的

– 洛倫茲收縮 (Lorentz contraction)：以高速運動的木棒會縮短

- 空間和時間可以互相交換，但時空 (space-time) 卻是一絕對量。
- 如果我們以日常生活的直覺作判斷，也許會對一些狹義相對論的結果感到詫異。但事實上，我們往往被自己的直覺誤導！而且在眾多實驗和觀測的引證下，我們也不得不接受這些奇怪的結果。我們身處的宇宙往往比大家想像中更神奇！

6.3 時間延滯 (Time dilation)

- 想像一個「光鐘」：光線在固定距離 (h) 的兩面鏡子之間不斷來回反射，當光線每次走到下面的鏡子時，鐘鈴就會發響，表示光線已來回一週 (距離 = $2h$)，定義了一個時間單位 (圖 6-4)：

$$\text{一個時間單位} = t = 2h / c$$

- 把這個光鐘放在一列以勻速 u 運動的火車內 (圖 6-5)。
  – 「相對性原理」告訴我們，勻速運動是相對的。在火車內的觀測者 A 完全可以認為自己是靜止的，他在火車內做任何實驗，結果與地面上所做的無異。因此相對於 A 而言，光鐘所量度的一個時間單位也是 $t = 2h / c$

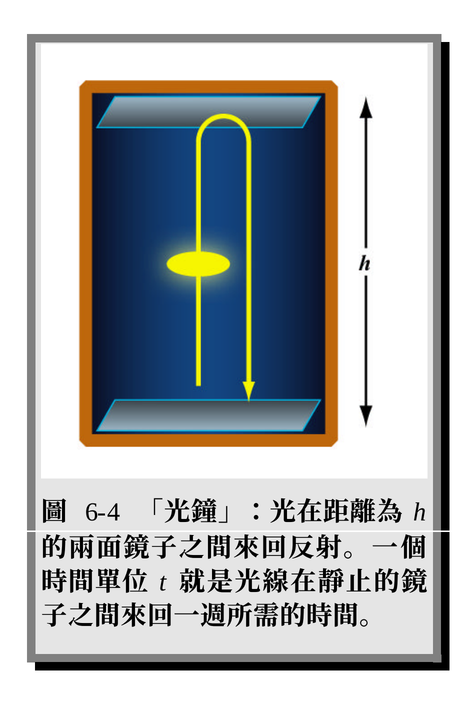


圖 6-4 「光鐘」：光在距離為 h 的兩面鏡子之間來回反射。一個時間單位 t 就是光線在靜止的鏡子之間來回一週所需的時間。

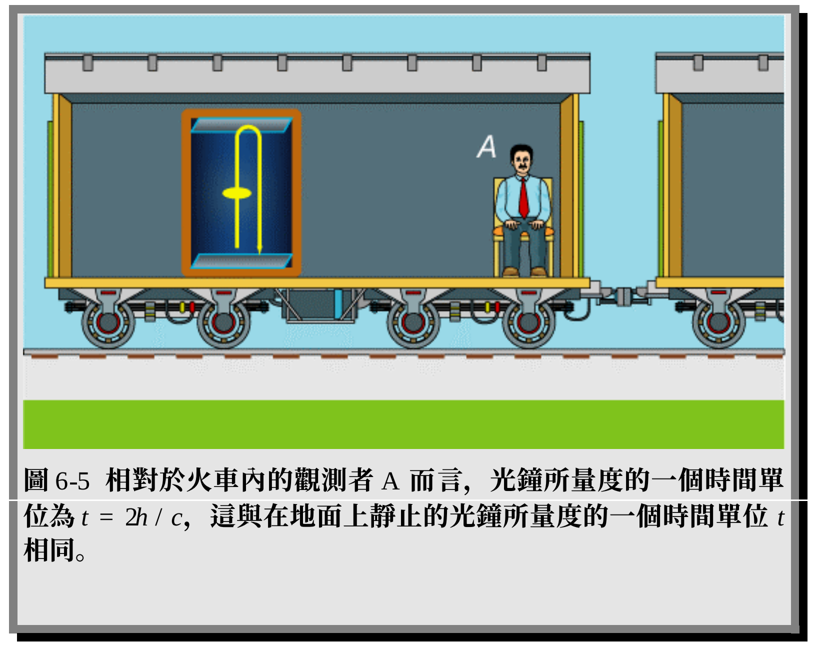


圖 6-5 相對於火車內的觀測者 A 而言，光鐘所量度的一個時間單位為 $t = 2h / c$，這與在地面上靜止的光鐘所量度的一個時間單位 t 相同。

- 相對於在地面上靜止的觀測者 B 來說 (圖 6-6)，火車正以勻速度 u 運動。在他看來，
  - 當光在鏡子之間來回往返時，鏡子本身也在運動。因此光線不再是垂直地走，而是沿斜線走。換句話說，光需要走一段較長的距離方能完成來回一週的運動
  - 「光速不變」的假設告訴我們，觀測者 B 看見光在火車內速度並沒有改變，但所走的距離較長，因此光來回一週所需的時間亦較長。換言之相對於 B 而言，光鐘所量度的一個時間單位 t' 比 t 長

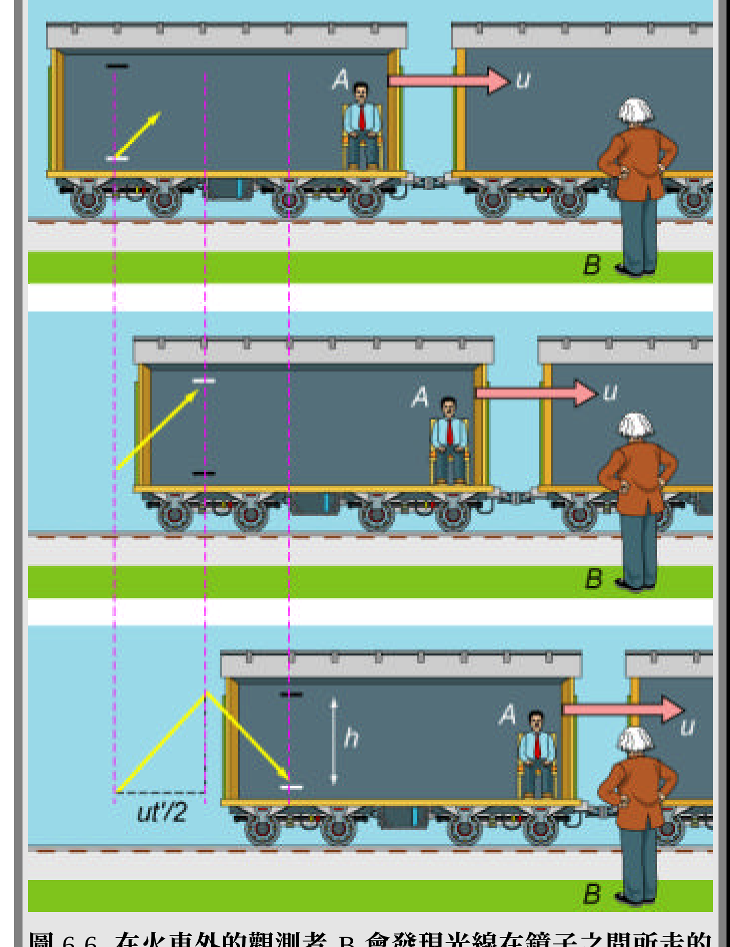


圖 6-6 在火車外的觀測者 B 會發現光線在鏡子之間所走的距離較長，但由於光速恆常不變，所以光線完成一週所需的時間 t' 就會比 t 大。

- 對觀測者 B 來說，假設光由下面的鏡子走到上面的鏡子所需的時間為 $t'/2$。根據畢氏定理，光所走的距離為

$$\sqrt{\left(\frac{ut'}{2}\right)^2 + h^2} = \frac{ct'}{2}$$

因此，觀測者 B 看見光來回一週所需的時間 t' 為

$$t' = \frac{2h/c}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} > t$$

也就是說，觀測者 B 看見火車中的光鐘走得慢了。

- 一般來說，相對於靜止的觀測者而言，運動中的鐘走得較慢[1]。這就是時間延滯的現象了！
- 這個思想實驗揭示了一個重要的秘密，就是時間是一個相對的概念[2]，所謂絕對的時間並不存在。

[1] 值得注意的是光鐘並無甚麼特別之處，事實上，任何鐘錶都可以被調校至與光鐘同步，如果我們把它們放在以均速運動的火車內，那麼對觀測者 B 來說，它們也會行得較慢。

[2] 觀測者 A 反而會發現在火車外的鐘錶 (例如 B 的錶) 比火車內的行得較慢，因為相對於 A 而言，他會認為自己是靜止的，而 B 就好像乘著火車以相反方向運動著。事實上，所謂絕對的時間並不存在。

6.4 同時之相對性 (Relativity of simultaneity)

- 觀測者 A 處於一列以勻速 u 運動的車廂的正中央。他同時向車廂的兩端 (C 和 D) 發射光線 (圖 6-7)。「相對性原理」告訴我們，觀測者 A 完全可以認為自己是靜止的，因此相對於 A 而言，光線同時抵達 C 和 D。
- 但相對於另一位在火車外靜止的觀測者 B 而言 (圖 6-8),
  - 車廂的前端 D 正移離光線，而車廂的後端 C 移向光線
  - 但是「光速不變」假設告訴我們，兩道光線的速度相同
  - 故向前的光線需要較長的時間才能到達 D，而向後的光線在較短的時間已能到達 C
  - 固此，觀測者 B 會發現光線並非同時到達 C 和 D
- 觀測者 A 看見兩件事同時發生，但觀測者 B 卻看見它們在不同時間發生[3]。
- 一般來說，同時性視乎於觀測者的運動。對於一個觀測者來說是同時發生的兩件事，對另一個觀測者來說卻不是同時發生的。
- 這個思想實驗再次揭示了時間是個一相對的概念！

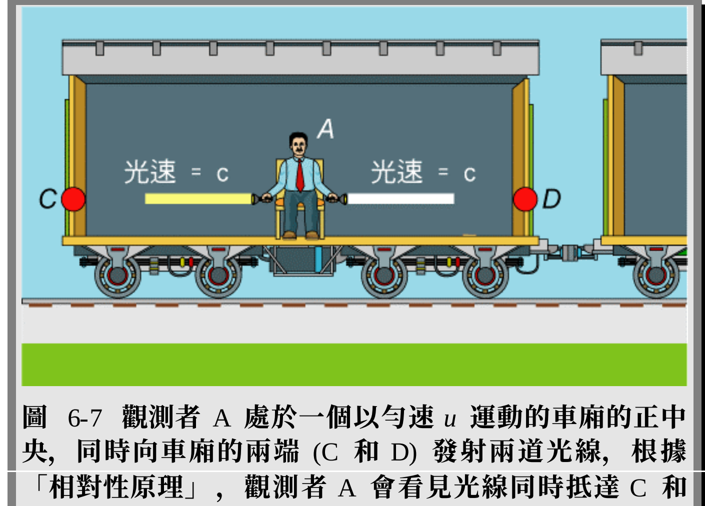


圖 6-7 觀測者 A 處於一個以勻速 u 運動的車廂的正中央，同時向車廂的兩端 (C 和 D) 發射兩道光線，根據「相對性原理」，觀測者 A 會看見光線同時抵達 C 和 D，就好像車廂靜止時一樣。

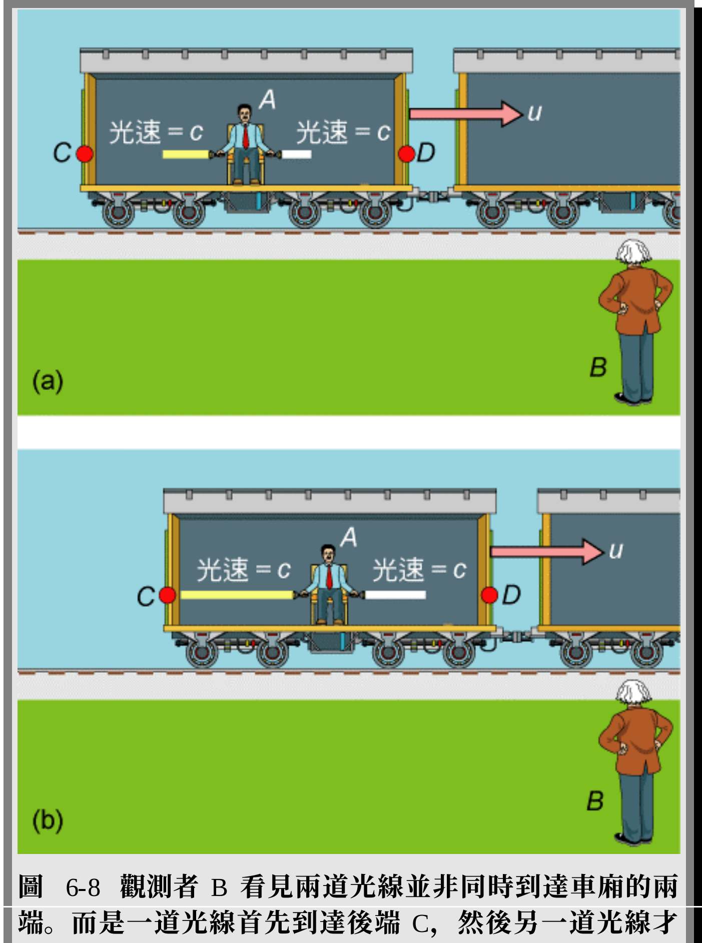


圖 6-8 觀測者 B 看見兩道光線並非同時到達車廂的兩端。而是一道光線首先到達後端 C，然後另一道光線才到達前端 D。

[3] 注意：這結果完全取決於光速與火車的速度無關這個事實 (「光速不變」的假設)。如果光速會因為火車的運動而改變，則 B 會看見一道光線以速度 $c + u$ 前往 D，而另一道光線以速度 $c - u$ 前往 C。這樣，B 便會看見這兩道光線同時到達 C 和 D。現在我們知道這樣考慮速度的相加或相減是不對的，我們還需考慮相對論性的修正。事實上，牛頓的速度相加法不獨對光來說是不正確的，而且對任何物體來說也是不正確的。對以上的例子來說，即使我們用網球取代光線，B 依然會看見網球並非同時到達 C 和 D。

6.5 洛倫茲收縮 (Lorentz contraction)

- 試量度一列正在運動中的車廂的長度。在火車外靜止的觀測者 B 在地上放了一個鐘，然後記錄車廂的前端和後端經過這個鐘的時間 (圖 6-9)。
  - 觀測者 B 看見車廂的前端先經過這個鐘，然後隔了時間 t 以後，車廂的後端才經過這個鐘
  - 由於車廂的速度為 u，因此觀測者 B 所量得的車廂長度為

$$L' = ut$$

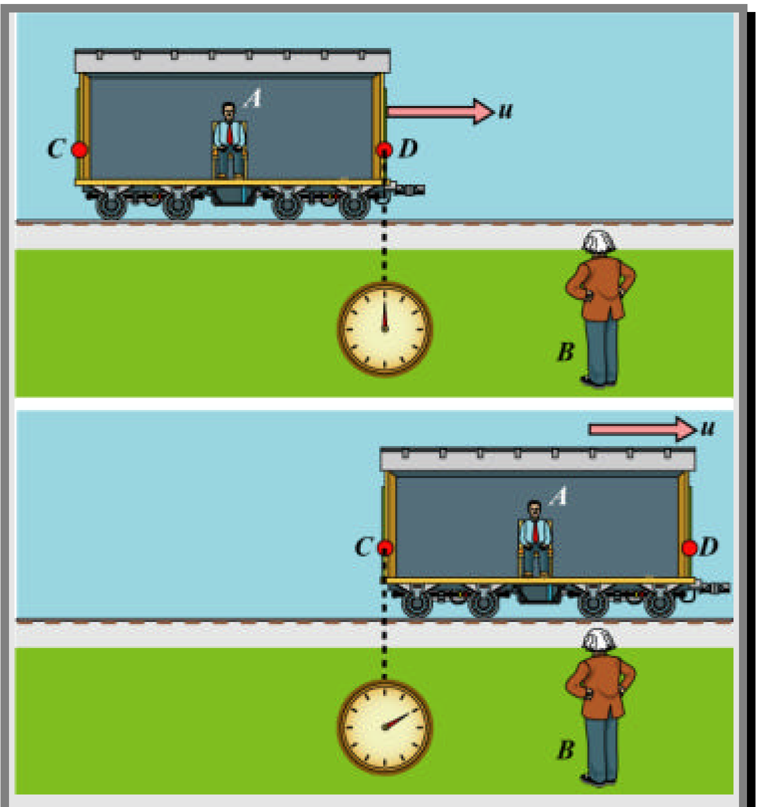


圖 6-9 觀測者 B 把一個鐘放在地上，然後量度車廂前端和後端經過此鐘的時間，發現兩者相隔 t，因此車廂的長度應為 ut。

- 「相對性原理」告訴我們，勻速運動是相對的。因此相對於在車廂內的觀測者 A 來說，他自己是靜止的，而 B 和他的鐘正以 $-u$ 的速度向反方向運動 (圖 6-10)。
  - 根據時間延滯的原理，觀測者 A 認為 B 的鐘走慢了。相對於 A 來說，車廂的兩端經過鐘的時間相隔 t，比 B 量得的時間 t 為長：

$$t = \frac{t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

  - 因此 A 認為車廂的長度應為

$$L = ut$$

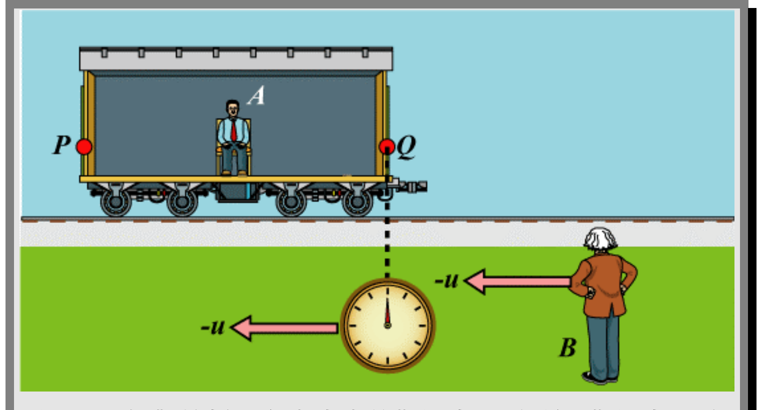


圖 6-10 相對於靜止在車廂中的觀測者 A 來說，觀測者 B 與他的鐘正以 $-u$ 的速度向反方向運動，因此觀測者 A 認為觀測者 B 的鐘走慢了，而車廂的長度應為 ut。

- 因此兩個長度的比例為

$$\frac{L'}{L} = \frac{t}{t} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

即

$$L' = L\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} < L$$

- 相對於 A 而言，車廂是靜止的，因此 A 所量得的長度 L 是車廂靜止時的長度。而 B 量得的長度 L' 則是車廂正在運動時的長度。換句話說，運動中的車廂變短了。
- 一般來說，物體運動時，沿著運動方向的長度會變短 (圖 6-11)，這就是洛倫茲收縮了！
- 任何物體都有相同的收縮現象，儘管它們是由不同的材料造成的。所以其實不是物體在收縮，而是空間本身在收縮！

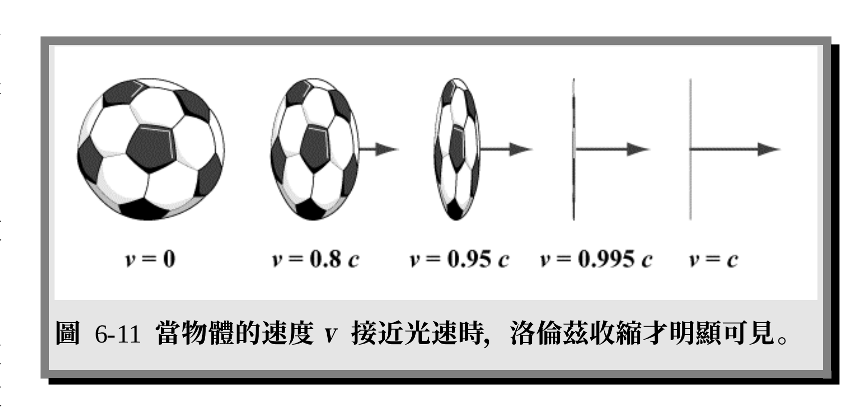


圖 6-11 當物體的速度 v 接近光速時，洛倫茲收縮才明顯可見。

- 這個思想實驗揭示了一個重要的秘密，就是空間是一個相對的概念！

6.6 相對論與日常生活

- 我們在日常生活中所接觸的速度比光速小很多，因此時間延滯和洛倫茲收縮的效應實在微乎其微。例如：一列每小時行走 100 km (大約是光速的一千萬份之一) 的火車所產生的時間延滯或長度收縮，大約為原本時間或長度的五千萬億份之一，我們根本不可能察覺到如此微小的變化。
- 當物體運動的速度接近光速時，我們才可察覺到這些效應。現代有很多實驗利用在加速器中或宇宙射線中的粒子，證明了狹義相對論是正確的。

6.7 時空 (Space-time)

- 時間與空間的概念皆視乎觀測者的運動，故兩者都是相對的概念。
- 時間延滯和空間收縮總是同時發生，好像兩者可以互相「交換」一樣。在相對論中，它們其實是同一類東西。
- 時間與空間都是相對的。但當我們把時空一起考慮時，便存在一個所謂時空距離 (space-time interval) 的物理量，它對於所有觀測者來說都是不變的。換句話說，時空是絕對的！

- 用一個類比說明：考慮地球自轉軸所指的北方 (北) 與磁針所指的北方 (磁北) 所造成的差異。
  - 地球的磁軸與自轉軸並非平行。我們可以利用北極星定義北方，並利用指南針定義所謂磁北。隨便設兩者相差 20° (圖 6-12) 。
  - 我們可以根據不同的座標系統寫下同一點的座標。當然，根據不同座標系統所得出的北 (N) 和東 (E) 的數值不同
  - 對以地軸定義北方的座標系統來說 (圖 6-13)，B 點位於 A 點的 (100 km N, 210 km E)。但對指南針的座標系統來說，B 點則位於 A 點的 (164.5 km N, 164.5 km E)。兩個座標系統都是正確的，只是它們對 N 和 E 的定義不同而已。由於 N 和 E 皆視乎它們所屬的座標系統，所以我們說它們是相對的
  - 北 (N) 可以比擬為時間；東 (E) 可以比擬為空間
  - 對指南針的座標系統來說，B 點的「N 數值較大」(類比於時間延滯)，但它的「E 數值較小」(類比於長度收縮)
  - 但是，A 點和 B 點之間的距離 (圖 6-13 的虛線) 卻與座標系統無關，所以我們說這距離是絕對的。這可以類比於不同觀測者在觀測同一事件時，他們所得的時間和位置數值雖然不同，「但兩事件之間的時空距離卻是絕對的」，與觀測者的運動無關。
- 在相對論的世界中，我們必需同時考慮時間和空間。因此，我們的宇宙是四維 (4-dimemsional) 的，即三維空間加上一維時間

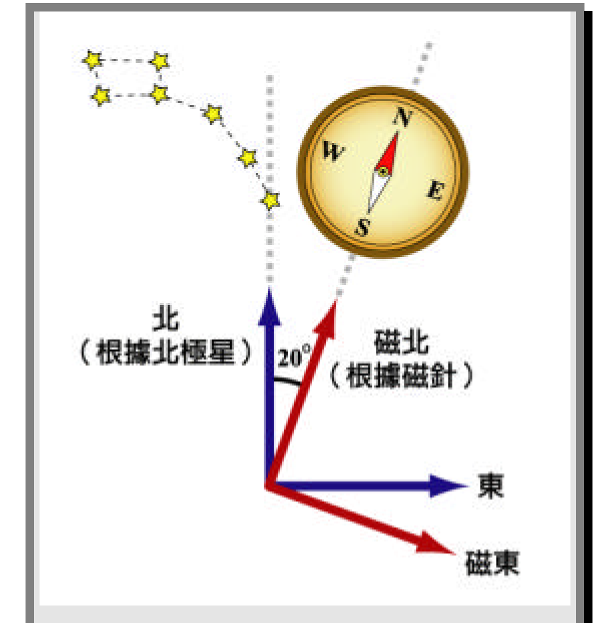


圖 6-12 利用於北極星和相對於指南針的兩個座標系統。我們可以根據這兩個系統寫下任何位置的座標，不同系統所得的座標數值當然也不同。

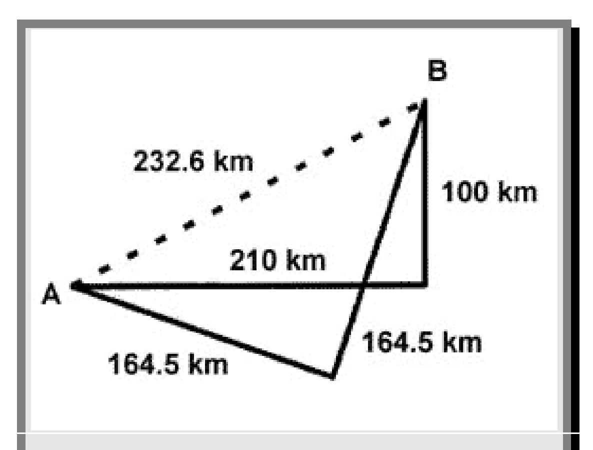


圖 6-13 相對於北極星的座標系統而言，B 點位於 A 點的 (100 km N, 210 km E)；但相對於指南針的座標系統而言，B 點則位於A點的 (164.5 km N, 164.5 km E)。但 A 點和 B 點之間的距離 232.6 km 卻與座標系統無關。

6.8 質量與能量 (Mass and Energy)

- **時間延滯，洛倫茲收縮等現象告訴我們，真空中光速 c 是宇宙中最快的速度，沒有任何物體的速度可以超越光速。**
- **事實上，物體的速度越接近光速，要使它的速度增加就越困難。換言之，物體的慣性 (質量) 隨著速度增加，接近光速的物體變得非常「沉重」。相對論證明，物體在運動時的質量 m 與它的靜止質量 m_0 有以下關係：**

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- **物體的質量隨著它的運動能量而增加，暗示著質量與能量有密切的關係。相對論證明，質量與能量原是同一種東西！**
- **根據**

$$E = mc^2$$

能量可以被轉化為質量，而質量又可以被轉化為能量 (圖 6-14)。

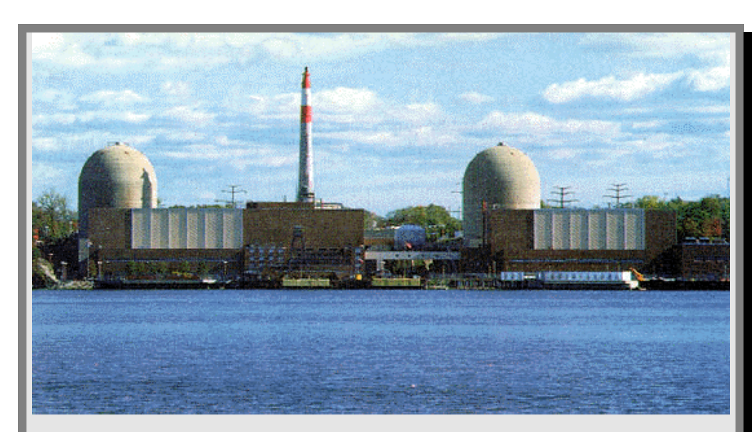


圖 6-14 能量與質量是同一種東西，可以彼此互相變換。一克的物質相當於九十萬億焦耳的能量。在核電廠中，物質不斷被轉化成能量。

6.9 廣義相對論 (General Relativity)

- 等效原理 (Principle of Equivalence)

  觀測者在局部的範圍內不能分辨出由加速度所產生的慣性力和由大質量物體所產生的引力

  - 一艘正在加速的太空船可以產生與行星引力相同的效果(圖 6-15)
  - 暗示著引力、質量和時空之間必然存在著深遠連繫

圖 6-15 (右) 當密閉的太空船停在一行星表面上時，太空人會感到行星的引力作用。(左) 當太空船在太空中加速時，太空人感到的慣性力與引力等效。

- 愛因斯坦對引力的解釋：物體的質量導致時空彎曲，而彎曲的時空改變其他物體的運動。
  - 質量越大，時空被扭曲得越嚴重
  - 物體總是沿時空中最短的路徑 (即最短程線，geodesic) 運動 (圖 6-16)
  - 其他物體在彎曲的時空中沿最短程線運動，走出一條彎曲的路徑，就好像是被那大質量吸引著。這就是萬有引力 (universal gravitation) 的效應 (圖 6-17)

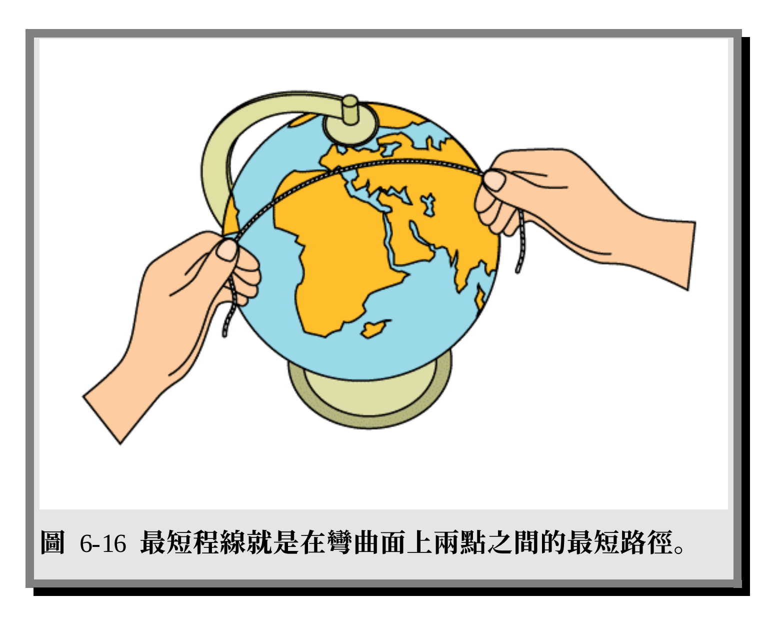


圖 6-16 最短程線就是在彎曲面上兩點之間的最短路徑。

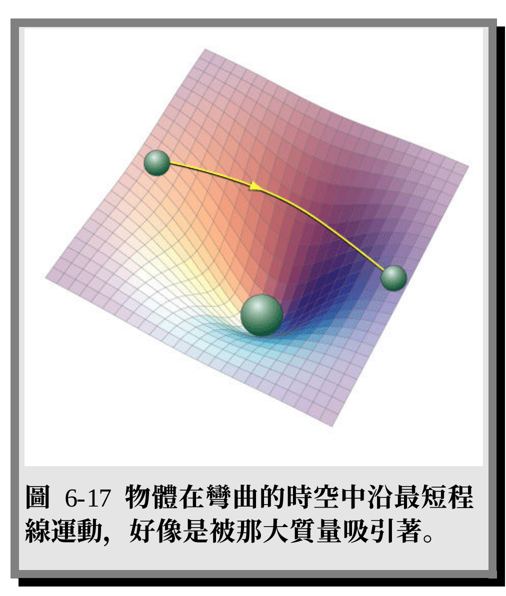


圖 6-17 物體在彎曲的時空中沿最短程線運動，好像是被那大質量吸引著。

- 廣義相對論是一嶄新的引力理論。當考慮微弱的引力場時，它可被簡化為牛頓理論。
- 廣義相對論的一些奇異結果：
  - 在強大的引力場下，時空被扭曲，因此光線亦會被扭曲
  - 鐘錶在強大的引力場下行得較慢
  - 木棒在強大的引力場下變得較短
- 廣義相對論的驗證和應用：
  - 光線在引力作用下偏轉。當日食發生期間，研究員發現恆星光的被太陽輕微扭曲了。恆星位置的微小變化 (1.75″) 與理論的預測一致 (圖 6-18)
  - 解釋行星公轉軌道的歲差 (precession)：例水星的歲差比牛頓理論預期的數值大，相差為每世紀 43″ (圖 6-19) 。廣義相對論準確地解釋了這個分別
  - 解釋與黑洞、遙遠的星系和類星體有關的現象
  - 預測宇宙的膨脹，從而推導出大爆炸理論和各種宇宙模型

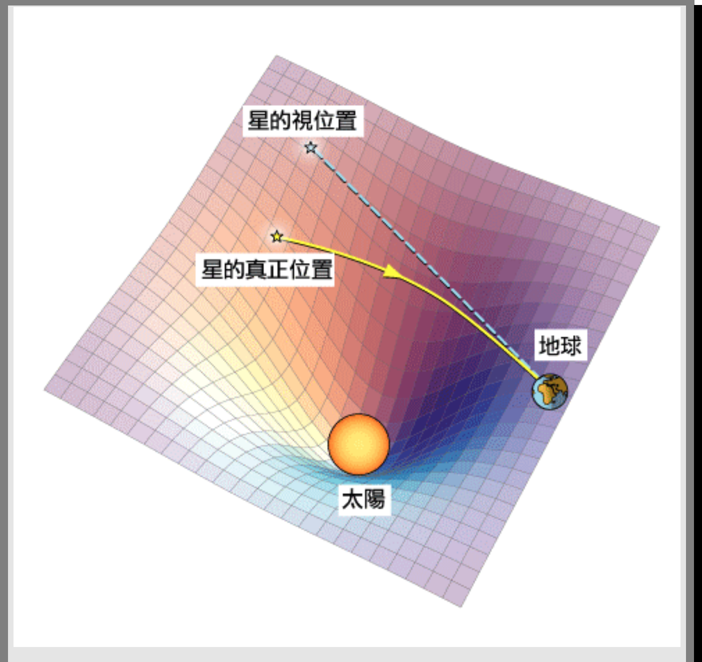


圖 6-18 星光被太陽扭曲，是太陽附近的時空被扭曲的結果。光線總是沿時空中的最短程線運行 (實際上是時空被扭曲而非圖中所示祇是空間被扭曲)。

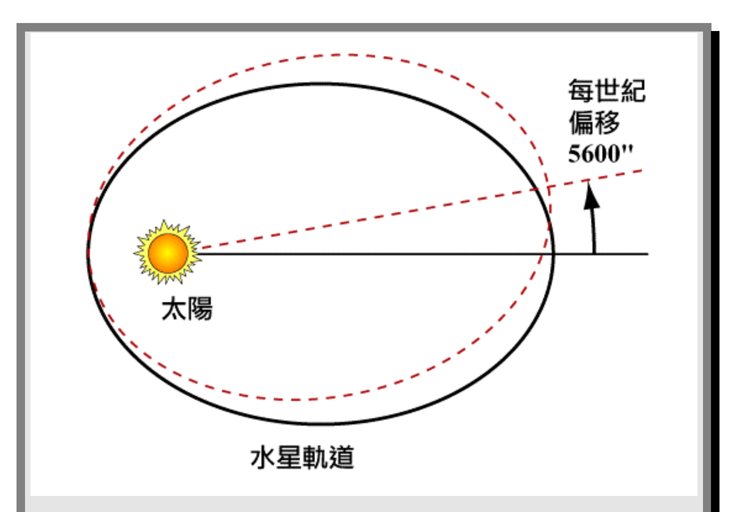


圖 6-19 水星的公轉軌道每世紀偏移5600″ (歲差)，其中大部份為水星與其他行星之間的微弱引力所致，可以用牛頓理論解釋。牛頓理論的預測比真實的情況慢了43″，可完全由廣義相對論解釋。

- 孿生子佯謬

  試想像駛一對孿生子，弟弟乘太空船以接近光的速度離開地球，兄長則留在地球。當弟弟回來時，哪一位仍然年輕，哪一位已變老？

  從兄長的角度看：弟弟以接近光的速度飛行，因為時間延滯，所以弟弟的鐘走得較慢。最後弟弟回來時仍然年輕，兄長則已變老

  從弟弟的角度看：兄長和地球以接近光的速度移離他，所以兄長的鐘走得較慢，回來時應該是兄長仍然年輕，弟弟則已變老

  – 答案是回來時弟弟仍然年輕，兄長則已變老。注意，弟弟和兄長的運動並非完全是對稱的。原因是弟弟乘太空船回程時要改變運動方向，因此速度改變的過程中感受到慣性力

  – 慣性力與引力等效，使弟弟的鐘相對於兄長的鐘走得較慢

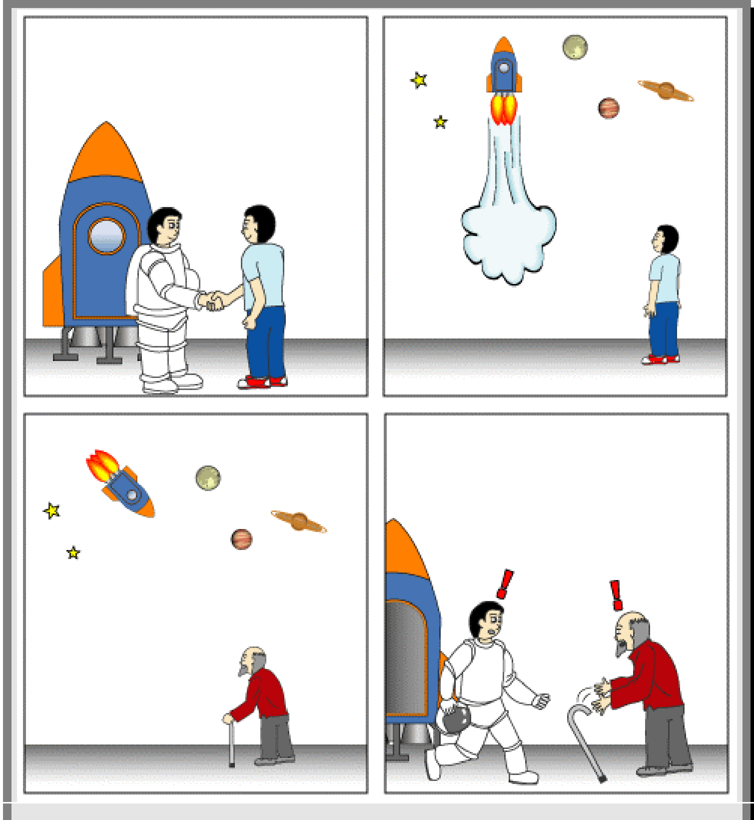


圖 6-20 當弟弟乘太空船回來時，會發現自己仍然年輕，而兄長則變老。

- 馬克原理 (Mach Principle)

  – 在牛頓力學裏，加速度是絕對的。例子：如果我們轉動杯子，杯中的水便會產生旋渦，證明杯子的加速運動是絕對的。我們使其他物體繞杯子轉動，杯中的水並不會產生旋渦

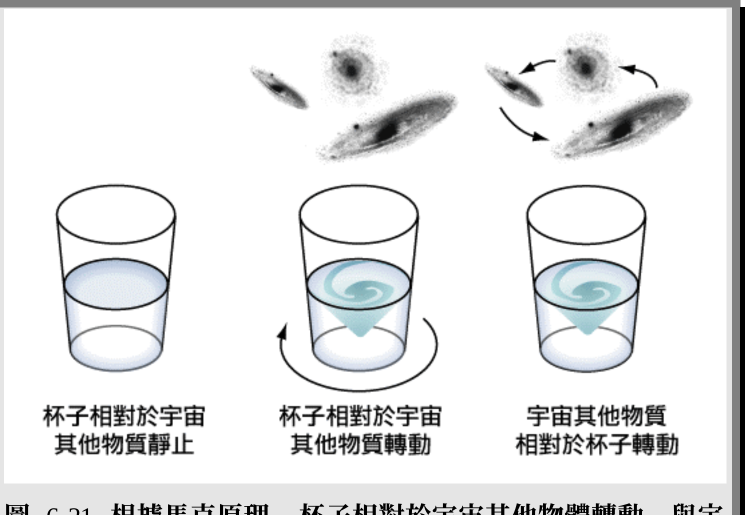


圖 6-21 根據馬克原理，杯子相對於宇宙其他物體轉動，與宇宙其他物體相對於杯子轉動，都是同一件事，所產生的引力效應會使杯中的水產生旋渦。

  – 馬克認為：加速運動也是相對的，轉動中杯子的水會有旋渦，是因為杯子相對於整個宇宙其他物體加速，所產生的引力效應所致。如果我們是上帝，有能力使整個宇宙的物體相對於杯子加速，杯中的水也會產生旋渦

  – 廣義相對論是否符合馬克原理尚有爭論，不過如果馬克原理是正確的話，所有運動都是相對的，包括勻速運動和加速運動

6.10 相對論的意義

- **不同觀察者 (靜止、勻速運動、或正在加速的觀察者) 量度到不同的時間和空間，因此時間和空間都是相對的**
- **但發生在世界中的事實卻是客觀地存在的，例如有物質存在，有引力存在，有你有我的存在。也就是說，**

自然定律和世界中所發生的事實是絕對的，
但
觀察者卻是相對的，
因此
自然定律和事實的真確性與觀察者無關。

- **因此我們應該找出一些物理定律 (例如相對論的引力理論)，使不同的觀察者可以運用同樣的定律描述這些不變事實。**
- **相對論的精神—在相對中找尋絕對！(找尋不變的自然定律)**